**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**
**HƯNG YÊN**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN**
**NĂM HỌC 2019 – 2020**
**Môn thi: TOÁN**
***(Dành cho mọi thí sinh dự thi)***
*Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)*

**Câu 1 (*2,0 điểm*).**

1) Rút gọn biểu thức $A=2\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{20}-20\sqrt{\frac{1}{5}}$.

2) Cho hai đường thẳng (d): $y=(m-2)x+m$ và $(\Delta): y=-4x+1$

a) Tìm *m* để (d) song song với $(\Delta)$.

b) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(-1;2)$ với mọi *m*.

c) Tìm tọa độ điểm *B* thuộc $(\Delta)$ sao cho *AB* vuông góc với $(\Delta)$.

**Câu 2 (*2,0 điểm*).**

1) Giải phương trình $x^4+2x^2+x\sqrt{2x^2+4}=4$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases}(x+y)^2=xy+3y-1\\ x+y=\dfrac{x^2+y+1}{1+x^2}\end{cases}$

**Câu 3 (*2,0 điểm*).**

Cho phương trình: $x^2-2(m+1)x+m^2+4=0$ (1) (*m* là tham số)

1) Giải phương trình khi $m=2$.

2) Tìm *m* để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1, x_2$ thỏa mãn: $x_1^2+2(m+1)x_2=3m^2+16$.

**Câu 4 (*3,0 điểm*).**

Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ các nửa đường tròn đường kính AB và AC sao cho các nửa đường tròn này không có điểm nào nằm trong tam giác ABC. Đường thẳng d đi qua A cắt các nửa đường tròn đường kính AB và AC theo thứ tự ở M và N (khác điểm A). Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC.

1) Chứng minh tứ giác BMNC là hình thang vuông.

2) Chứng minh IM = IN.

3) Giả sử đường thẳng d thay đổi nhưng vẫn thỏa mãn điều kiện đề bài. Hãy xác định vị trí của đường thẳng d để chu vi tứ giác BMNC lớn nhất.

**Câu 5 (*1,0 điểm*).**

Cho các số thực không âm $x, y, z$ thỏa mãn $x^2+y^2+z^2\le 3y$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{4}{(y+2)^2}+\dfrac{8}{(z+3)^2}$.

-------------- **HẾT** ---------------

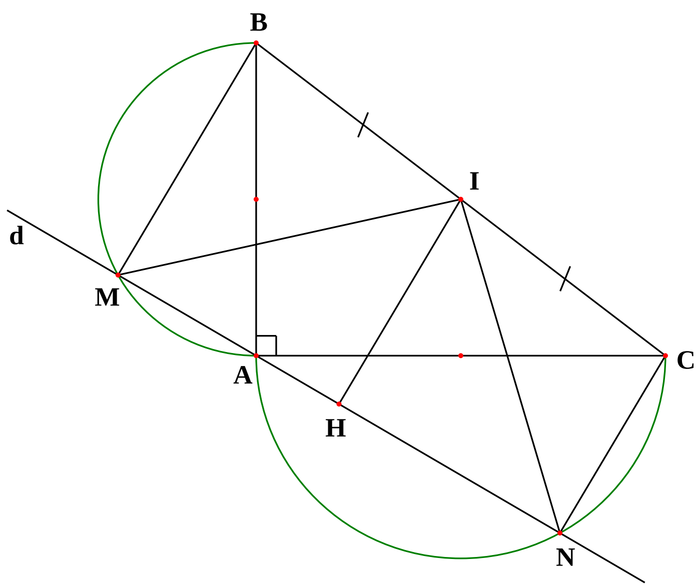
***Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh: .................................................... Số báo danh: ........................................
Chữ ký của giám thị 1: .................................... Chữ ký của giám thị 2: ....................................

# HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

| Câu | Phần | Nội dung | Điểm |
|---|---|---|---|
| **Câu 1**<br>***(1,0đ)*** | 1) | $A=2\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{20}-20\sqrt{\frac{1}{5}}=2\left\|2-\sqrt{5}\right\|+2\sqrt{5}-20\cdot\frac{\sqrt{5}}{5}$<br>$=2\left(\sqrt{5}-2\right)+2\sqrt{5}-4\sqrt{5}=2\sqrt{5}-4+2\sqrt{5}-4\sqrt{5}=-4$ | 0.5 |
| | 2a) | (d) song song với $(\Delta)$<br>$\Leftrightarrow\begin{cases}m-2=-4\\ m\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-2\\ m\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow m=-2$<br>Vậy $m=-2$ là giá trị cần tìm. | 0.5 |
| | 2b) | Thay $x=-1; y=2$ vào phương trình $y=(m-2)x+m$ được:<br>$2=(m-2).(-1)+m\Leftrightarrow 2=-m+2+m\Leftrightarrow 2=2$ (đúng với $\forall m$)<br>Vậy đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(-1;2)$ với mọi *m*. | |
| | 2c) | *<u>Cách 1:</u>*<br>Vì điểm *B* thuộc $(\Delta)$ nên tọa độ điểm *B* có dạng $\left(x_0;1-4x_0\right)$<br>ĐK: *B* khác *A* hay $x_0\neq -1$<br>Giả sử phương trình đường thẳng *AB* là $y=ax+b$<br>Vì $A(-1;2)$ và $B\left(x_0;1-4x_0\right)$ nên ta có hệ phương trình:<br>$\begin{cases}-a+b=2\\ ax_0+b=1-4x_0\end{cases}\Rightarrow a(x_0+1)=-4x_0-1\Rightarrow a=\frac{-4x_0-1}{x_0+1}$<br>*AB* vuông góc với $(\Delta)$<br>$\Leftrightarrow aa'=-1$ hay $\frac{-4x_0-1}{x_0+1}\cdot(-4)=-1$<br>$\Rightarrow 16x_0+4=-x_0-1\Leftrightarrow x_0=\frac{-5}{17}$<br>$\Rightarrow y_0=1-4\cdot\frac{-5}{17}=\frac{37}{17}$<br>Vậy tọa độ điểm *B* là $\left(\frac{-5}{17};\frac{37}{17}\right)$.<br>*<u>Cách 2:</u>*<br>Giả sử phương trình đường thẳng *AB* là $y=ax+b$<br>*AB* vuông góc với $(\Delta)$<br>$\Leftrightarrow aa'=-1$ hay $a\cdot(-4)=-1\Leftrightarrow a=\frac{1}{4}$<br>$\Rightarrow$ phương trình đường thẳng *AB* có dạng $y=\frac{1}{4}x+b$<br>Vì đường thẳng $y=\frac{1}{4}x+b$ đi qua $A(-1;2)$ nên:<br>$2=\frac{1}{4}\cdot(-1)+b\Leftrightarrow b=\frac{9}{4}$<br>$\Rightarrow$ phương trình đường thẳng *AB* là $y=\frac{1}{4}x+\frac{9}{4}$ | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | $\Rightarrow$ Tọa độ điểm $B$ là nghiệm của hệ phương trình:<br>$\begin{cases} y=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{9}{4} \\ y=-4x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-5}{17} \\ y=\dfrac{37}{17} \end{cases} \Rightarrow B\left(\dfrac{-5}{17};\dfrac{37}{17}\right)$ | |
| **Câu 2 (2,0đ)** | 1) | $x^4+2x^2+x\sqrt{2x^2+4}=4$<br>$\Leftrightarrow x^2(x^2+2)+\sqrt{2}.x\sqrt{x^2+2}=4 \qquad (1)$<br>Đặt $x\sqrt{x^2+2}=y$. Phương trình (1) trở thành:<br>$y^2+\sqrt{2}.y=4 \Leftrightarrow y^2+\sqrt{2}.y-4=0 \qquad (2)$<br>Giải phương trình (2) được $y_1=\sqrt{2}$ ; $y_2=-2\sqrt{2}$<br>Với $y=\sqrt{2}$ thì<br>$x\sqrt{x^2+2}=\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x^2(x^2+2)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ (x^2+1)^2=3 \end{cases}$<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x^2+1=\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x^2=\sqrt{3}-1 \end{cases} \Leftrightarrow x=\sqrt{\sqrt{3}-1}$<br>Với $y=-2\sqrt{2}$ thì<br>$x\sqrt{x^2+2}=-2\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 0 \\ x^2(x^2+2)=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 0 \\ (x^2+1)^2=9 \end{cases}$<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} x\le 0 \\ x^2+1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 0 \\ x^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=-\sqrt{2}$<br>Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là $S=\left\{\sqrt{\sqrt{3}-1};-\sqrt{2}\right\}$ | 1.0 |
| | 2) | Lời giải của thầy Vũ Văn Luyện – Cẩm Giàng – Hải Dương<br>$\begin{cases} (x+y)^2=xy+3y-1 & (1) \\ x+y=\dfrac{x^2+y+1}{1+x^2} & (2) \end{cases}$<br>Dễ thấy $y=0$ không là nghiệm của (1). Với $y\neq 0$, ta có:<br>$(1) \Leftrightarrow x^2+xy+y^2=3y-1 \Rightarrow \begin{cases} x^2+y+1=4y-xy-y^2 \\ x^2+1=3y-xy-y^2 \end{cases}$<br>$\Rightarrow \dfrac{x^2+y+1}{x^2+1}=\dfrac{y(4-x-y)}{y(3-x-y)}=\dfrac{x+y-4}{x+y-3} \qquad (3)$<br>Từ (2) và (3) $\Rightarrow x+y=\dfrac{x+y-4}{x+y-3} \qquad (4)$<br>Đặt $x+y=a$. Phương trình (4) trở thành:<br>$a=\dfrac{a-4}{a-3} \Rightarrow a^2-3a=a-4 \Leftrightarrow a^2-4a+4=0$<br>$\Leftrightarrow (a-2)^2=0 \Leftrightarrow a=2$<br>$\Rightarrow x+y=2 \Leftrightarrow y=2-x$<br>Thay $y=2-x$ vào (2) được: | 1.0 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | $2=\dfrac{x^2+2-x+1}{1+x^2}\Leftrightarrow 2+2x^2=x^2-x+3\Leftrightarrow x^2+x-1=0$<br>$\Leftrightarrow x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}\Rightarrow y=\dfrac{5\mp\sqrt{5}}{2}$<br>Thử lại ta thấy $\left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2};\dfrac{5-\sqrt{5}}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2};\dfrac{5+\sqrt{5}}{2}\right)$ là các nghiệm của hệ đã cho. Vậy … | |
| **Câu 3** ***(2,0đ)*** | 1) | Khi $m=2$ thì phương trình (1) trở thành:<br>$x^2-6x+8=0$ (2)<br>Giải phương trình (2) được $x_1=4; x_2=6$<br>Vậy khi $m=2$ thì phương trình (1) có hai nghiệm: $x_1=4; x_2=6$. | 0.5 |
| | 2) | Xét $\Delta'=(m+1)^2-m^2-4=2m-3$<br>Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow\Delta'\ge 0\Leftrightarrow m\ge 1,5$<br>Vì $x_1$ là nghiệm của phương trình (1) nên:<br>$x_1^2-2(m+1)x_1+m^2+4=0\Leftrightarrow x_1^2=2(m+1)x_1-m^2-4$<br>Theo đề bài:<br>$x_1^2+2(m+1)x_2=3m^2+16$<br>$\Leftrightarrow 2(m+1)x_1-m^2-4+2(m+1)x_2=3m^2+16$<br>$\Leftrightarrow 2(m+1)(x_1+x_2)=4m^2+20$<br>Mà $x_1+x_2=2(m+1)$ (theo hệ thức Vi-ét) nên:<br>$4(m+1)^2=4m^2+20$<br>$\Leftrightarrow 4m^2+8m+4=4m^2+20$<br>$\Leftrightarrow m=2$ (TMĐK)<br>Vậy m = 2 là giá trị cần tìm. | 1.5 |
| **Câu 4** ***(3,0đ)*** | |  | 0.25 |
| | 1) | Vì AMB, ANC là các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên:<br>$\mathrm{AMB}=90^o\Rightarrow \mathrm{MA}\perp\mathrm{MB}$<br>$\mathrm{ANC}=90^o\Rightarrow \mathrm{NA}\perp\mathrm{NC}$<br>$\Rightarrow$ MB // NC $\Rightarrow$ BMNC là hình thang<br>Lại có $\mathrm{AMB}=90^o$ nên BMNC là hình thang vuông. | 0.75 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 2) | Gọi H là trung điểm của MN<br>$\Rightarrow$ IH là đường trung bình của hình thang BMNC<br>$\Rightarrow$ IH // BM $\Rightarrow$ IH $\perp$ MN<br>$\Delta$ IMN có HM = HN và IH $\perp$ MN<br>$\Rightarrow$ $\Delta$ IMN cân tại I | 1.0 |
| | 3) | Gọi P là chu vi tứ giác BMNC. Ta có:<br>P = BC + BM + MN + CN = BC + (MA + MB) + (NA + NC)<br>Dễ chứng minh bất đẳng thức $a+b\le\sqrt{2(a^2+b^2)}$<br>Áp dụng bất đẳng thức trên, ta có:<br>$MA+MB\le\sqrt{2(MA^2+MB^2)}$<br>Mà $MA^2+MB^2=AB^2$ (theo định lí Py-ta-go)<br>$\Rightarrow MA+MB\le\sqrt{2AB^2}=AB\sqrt{2}$<br>Tương tự: $NA+NC\le\sqrt{2AC^2}=AC\sqrt{2}$<br>$\Rightarrow P\le BC+\sqrt{2}(AB+AC)$<br>Dấu "=" xảy ra<br>$\Leftrightarrow\begin{cases}MA=MB\\ NA=NC\end{cases}\Leftrightarrow MAB=NAC=45^o$<br>Vậy khi d tạo với tia AB và tia AC các góc 45° thì chu vi tứ giác BMNC đạt giá trị lớn nhất là $BC+\sqrt{2}(AB+AC)$ | 1.0 |
| **Câu 5** (*1,0đ*) | | Lời giải của thầy Vũ Văn Luyện – Cẩm Giàng – Hải Dương<br>Chọn điểm rơi $x=z=1; y=2$<br>Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacốpxki, ta có:<br>$(x+1)^2\le 2(x^2+1)$<br>$(y+2)^2\le 2(y^2+4)$<br>$(z+3)^2=(z+1+1+1)^2\le 4(z^2+3)$<br>$\Rightarrow P\ge\dfrac{1}{2(x^2+1)}+\dfrac{1}{0,5(y^2+4)}+\dfrac{4}{2(z^2+3)}$<br>Dễ chứng minh $\dfrac{a^2}{x}+\dfrac{b^2}{y}+\dfrac{c^2}{z}\ge\dfrac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$ với $x,y,z>0$<br>Áp dụng bất đẳng thức trên, ta có:<br>$P\ge\dfrac{(1+1+2)^2}{2(x^2+1)+0,5(y^2+4)+2(z^2+3)}=\dfrac{16}{2(x^2+z^2)+0,5y^2+10}$<br>Từ GT: $x^2+y^2+z^2\le 3y\Rightarrow x^2+z^2\le 3y-y^2$<br>$\Rightarrow 2(x^2+z^2)+0,5y^2+10\le 2(3y-y^2)+0,5y^2+10=-1,5y^2+6y+10$<br>$=16-1,5(y-2)^2\le 16$<br>$\Rightarrow P\ge\dfrac{16}{16}=1$<br>Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}x=z=1\\ y=2\end{cases}$. Vậy $\min P=1\Leftrightarrow\begin{cases}x=z=1\\ y=2\end{cases}$ | 1.0 |

Thầy Nguyễn Mạnh Tuấn
Trường THCS Cẩm Hoàng – Cẩm Giàng – Hải Dương